# Licence E.E.A.
# Fonctions de Transfert

## 1 Application aux circuits électriques

### 1.1 Exercice 1

Soit le schéma suivant :

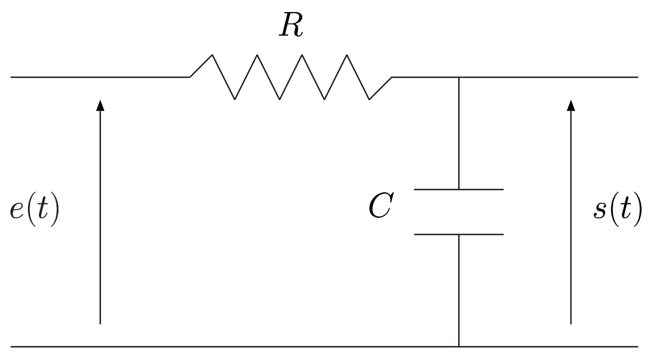



FIG. 1 – Circuit $RC$

1. Après avoir établi l'expression de chaque impédance complexe du montage, donnez l'expression de la fonction de transfert $F_T(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$,
2. Écrivez cette expression sous forme canonique ($\tau$ : constante de temps su système).

### 1.2 Exercice 2

Soit le schéma suivant :

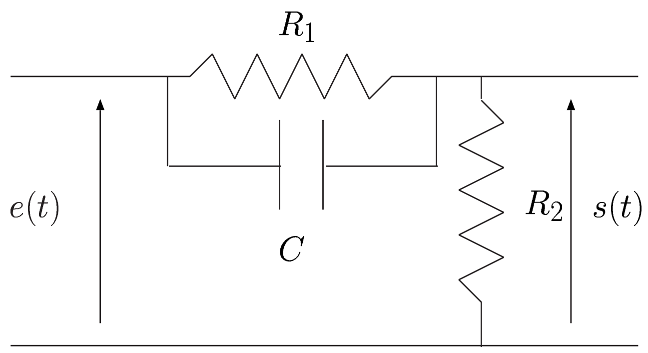



FIG. 2 – Circuit $RC2$

1. Donnez l'expression littérale de la fonction de transfert du montage de la figure 2,
2. Écrivez la en fonction de $T_0$ (constante sans unité) et de $\tau$ que vous définirez.

### 1.3 Exercice 3

Soit le schéma suivant :

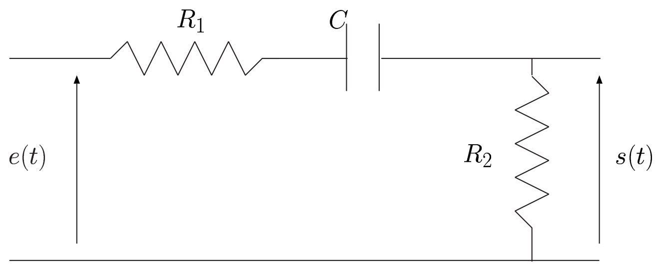



FIG. 3 – Circuit $RC3$

1. Donnez l'expression littérale de la fonction de transfert du montage de la figure 3,
2. Écrivez la en fonction de $T_0$ (constante sans unité) et de $\tau$ que vous définirez.

### 1.4 Exercice 4

Soit le schéma suivant :

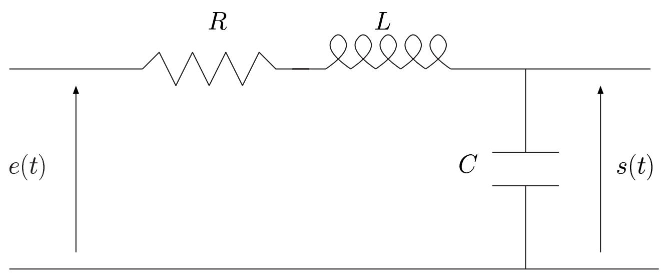



FIG. 4 – Circuit $RLC$

1. Donnez l'expression littérale de la fonction de transfert du montage de la figure 4,
2. Écrivez cette expression sous forme canonique en fonction de $m$ et $\tau$, que vous exprimerez en fonction de $R$, $L$ et $C$.

### 1.5 Exercice 5

Soit le schéma suivant :

1. Donnez l'expression littérale de la fonction de transfert du montage de la figure 5,
2. Écrivez la en fonction de $k$ (constante sans unité) et de $\tau$ que vous définirez en fonction de $R_1$, $R_2$ et $C$.

## 2 Application aux systèmes mécaniques en rotation

### 2.1 Exercice 6

Nous nous proposons d'établir la fonction de transfert du système (réducteur) de la figure 6 Pour cela il est demandé :

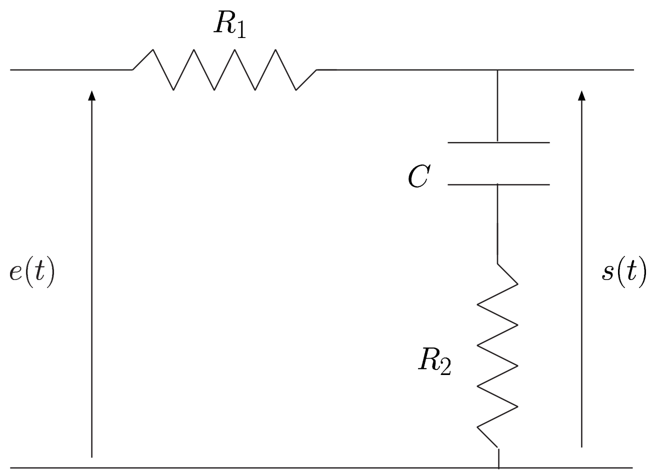
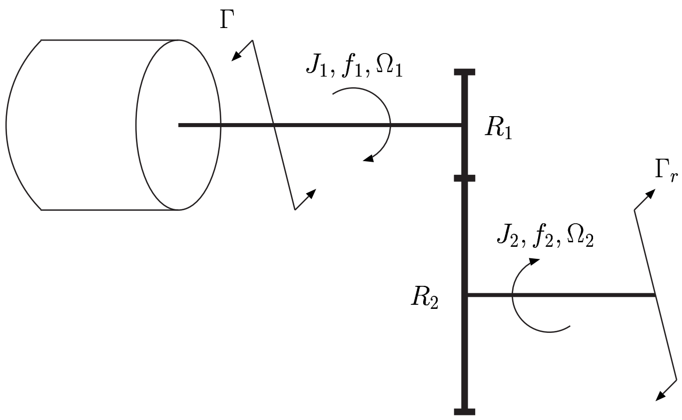



Fig. 5 – Circuit $RC4$




$\Gamma$ : Couple Moteur (Nm)
$\Gamma_r$ : Couple Résistant (Nm)
$\Omega_n$ : Vitesse Moteur ($rad/s$)
$\Theta_n$ : Position Angulaire ($rad$)
$J_n$ : Moment d'Inertie ($kg.m^2$)
$f_n$ : Frottement Visqueux ($kg.m.s^{-1}$)
$R_n$ : Roue Dentée
$N_1$ : Rapport de Réduction

$$N_1 = \frac{R_2}{R_1} = -\frac{\Omega_1}{\Omega_2}$$

Fig. 6 – Montage mécanique du réducteur

1. de rappeler le principe fondamental de la dynamique appliquée à un arbre en rotation,
2. de donner l'équation mécanique liant la vitesse au couple pour chaque arbre isolé,
3. de donner l'expression de la fonction de transfert de Laplace $F_\Omega(p) = \frac{\Omega_1(p)}{\Gamma(p)}$,
4. de donner l'expression de la fonction de transfert de Laplace $F_\Theta(p) = \frac{\Theta_1(p)}{\Gamma(p)}$,

## 2.2 Exercice 7

Nous nous proposons d'établir la fonction de transfert du moteur à courant continu à commande d'induit décrit dans la figure 7.

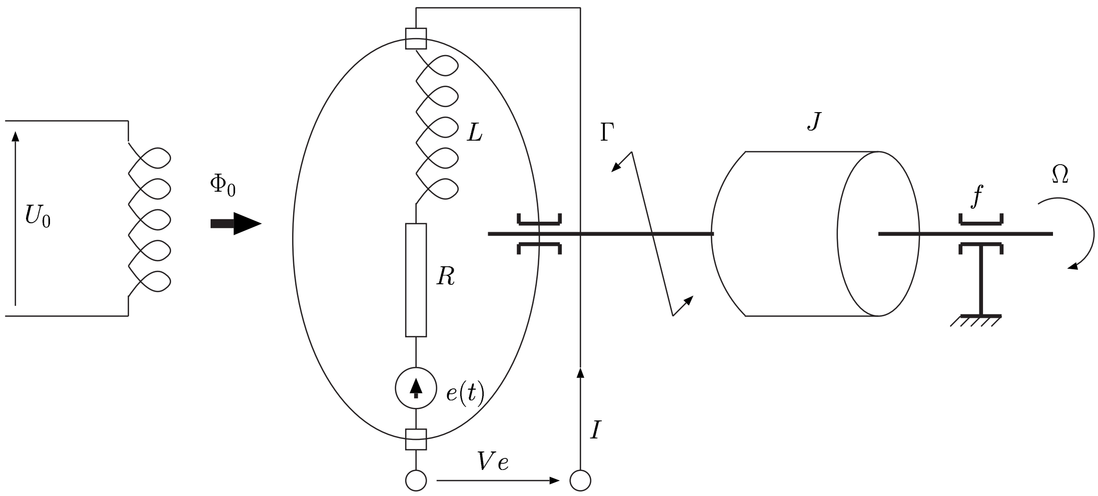



FIG. 7 – Moteur à courant continu à commande d'induit

| Inducteur | | Induit | |
|---|---|---|---|
| | $\Phi_0$ : Flux d'inducteur constant | | $I$ : Courant d'induit |
| | | | $R$ : Résistance d'induit |
| | | | $L$ : Inductance d'induit |
| | | | $e(t)$ : f.e.m. |
| | | | $\Omega$ : Vitesse angulaire du moteur |
| | | | $J$ : Inertie du rotor |
| | | | $f$ ; $K_D$ : Constante de couple visqueux (frottements) |
| | | | $\Gamma$ : Couple engendré par le moteur |
| | | | $K_T$ : Coefficient de couple du moteur |
| | | | $K_E$ : Coefficient de f.e.m. |

Nous Pour cela il est demandé :

1. d'établir l'équation électrique qui régit le fonctionnement de l'induit,
2. de donner les trois équations mécaniques liant la vitesse au couple, le couple au courant et la f.e.m. à la vitesse,
3. de donner l'expression de la fonction de transfert de Laplace des équations précédentes,
4. d'établir le schéma fonctionnel équivalent du moteur $\Omega(p)$ en fonction de $V_e(p)$,
5. d'en déduire l'expression de la fonction de transfert $F_T(p) = \frac{\Omega(p)}{V_e(p)}$,
6. de l'écrire sous la forme du produit de deux systèmes du premier ordre qui ont pour constante de temps respective $\tau_e$ et $\tau_m$. On pourra considérer à ce titre la simplification qui vous vérifierez : $Lf << RJ$, afin de déterminer l'expression de $\tau_e$ et $\tau_m$,
7. Effectuer l'application numérique en considérant les caractéristiques techniques du moteur `AXEM M26D`, et montrez que ce système réagit comme un système du premier ordre.

### 2.3 Exercice 8

Nous nous proposons d'établir la fonction de transfert du moteur à courant continu à commande d'inducteur décrit dans la figure 8. Nous Pour cela il est demandé :

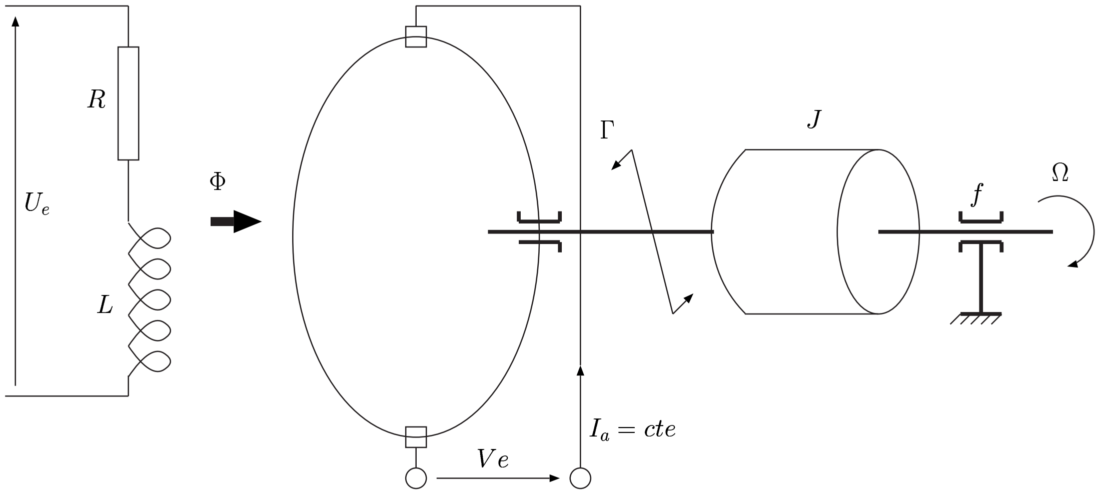



FIG. 8 – Moteur à courant continu à commande d'inducteur

1. de donner l'expression de la fonction de transfert $F_T(p) = \frac{\Omega(p)}{U_e(p)}$ du système,
2. de donner l'expression de la fonction de transfert de Laplace des équations précédentes,
3. de l'écrire sous la forme du produit de deux systèmes du premier ordre qui ont pour constante de temps respectives $\tau_e$ et $\tau_m$ que l'on exprimera en fonction des éléments du système,
4. d'effectuer l'application numérique.

Équations mécaniques :
On a $\Gamma = K_T I_a \Phi$ et $\Phi = k' I_e$, $\Gamma = kI$ avec $k = K_T k' I_a$.
On donne aussi :

| Inducteur | | Induit | |
|---|---|---|---|
| | $I_e$ : Courant d'inducteur | | $I_a$ : Courant d'induit (constant) |
| | $U_e$ : Tension de commande d'inducteur | | $\Omega$ : Vitesse angulaire du moteur |
| | $L$ : Self d'inducteur : **10H** | | $J$ : Inertie du rotor : $1.10^{-2}$ **kgm**$^2$ |
| | $R$ : Résistance d'inducteur : **100 Ω** | | $f$ : Constante de couple visqueux (frottements) |
| | $\Phi$ : Flux d'inducteur | | $\Gamma$ : Couple engendré par le moteur |
| | $k^{prime}$ : Coefficient d'inducteur | | $K_T$ : Coefficient du couple du moteur |

# 3 Applications aux systèmes mécaniques en translation

### 3.1 Exercice 9

Nous nous proposons d'établir la fonction de transfert d'une masse soumise à une force $h(t)$. Une masse $M$ se déplace verticalement sous l'effet d'une force $h(t)$. Elle est liée

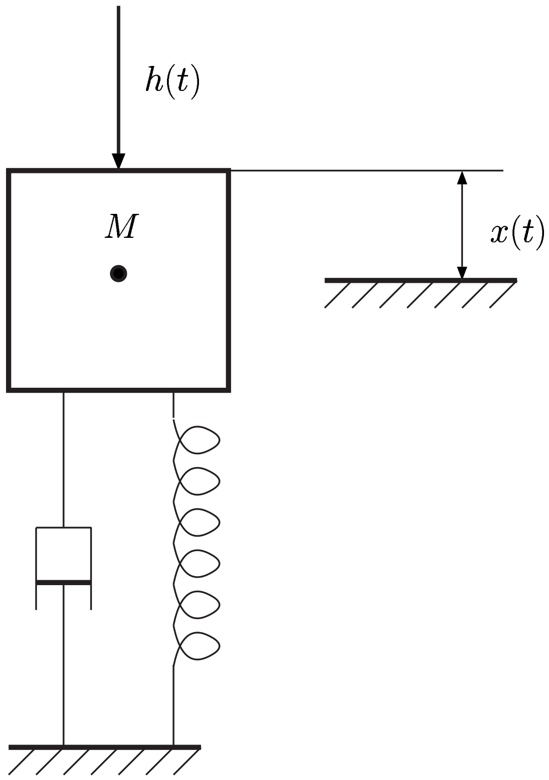


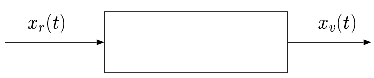

FIG. 9 – Masse en translation

verticalement par un ressort de raideur $k$ et un amortisseur $f$.
Il est demandé :

1. de rappeler le principe fondamental de la dynamique appliqué à une masse en translation,
2. d'écrire l'équation différentielle appliquée au système $h(t)$ : entrée et $x(t)$ : sortie,
3. d'en déduire l'expression de la fonction de transfert $F_T(p) = X(p)H(p)$.

## 3.2 Exercice 10

Nous nous proposons d'établir la fonction de transfert du déplacement de la caisse d'une voiture par rapport à la route. La masse $M$ représente la caisse d'une voiture tandis que $f$ et $k$ figurent la suspension. On s'intéresse au système suivant :




Il est demandé :

1. d'écrire l'équation différentielle qui décrit le fonctionnement de ce système,
2. d'écrire l'expression de la fonction de transfert $F_T(p) = X_v(p)X_r(p)$.

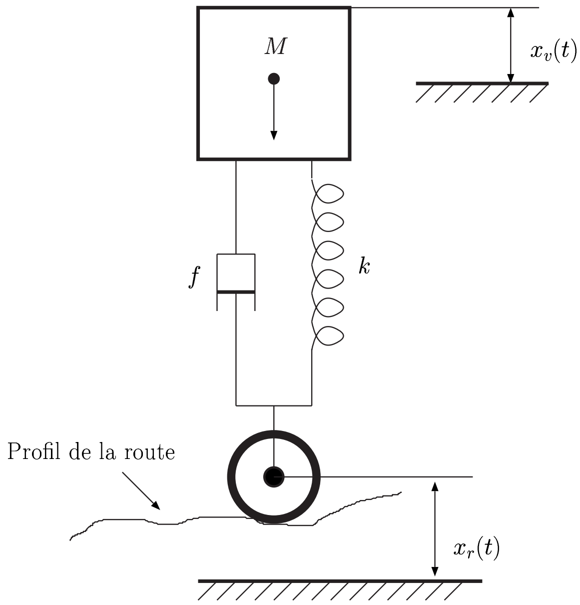



Fig. 10 – Caisse de voiture