Deug MIAS & MAAS 1ère Année T.P. d'Informatique

Le travail se compose de trois parties :

- Un travail préparatoire. La rubrique préparation examinera les points suivants : arbre(s), table des variables, choix du bon identificateur, exemples (gamme d'essais prévisionnels).
- Une implémentation à l'aide du langage *PASCAL* Cette rubrique a pour but de vérifier d'une part que le cahier des charges est réalisé et d'autre part que les deux éléments du binômes ont bien participé de concert à l'implémentation. De plus on veillera à ce que le programme offre une présentation agréable, que les messages soient courts et suffisamment explicites. On proscrira les variables globales utilisées dans le corps d'une procédure ou d'une fonction. Le code du programme devra être indenté et aéré. Ajoutez dans le programme des commentaires facilitant sa compréhension : documentez systématiquement le code qui vous a posé des problèmes, n'utilisez pas de commentaires de trop bas niveau.
- Une documentation prouvant le fonctionnement du programme. Dans le compte-rendu de la séance figureront le cahier des charges du programme, les tables des variables, une gamme d'essais avec des résultats et une conclusion avec des commentaires pertinents.

Évaluation et notation :

- L'enseignant responsable de séance aura comme aide à la notation individuelle une grille comportant les rubriques : Préparation (sur 7 points), Fonctionnement (sur 7 points) et Compte-rendu (sur 6 points).

SUJET 1 : **Résolution d'une équation $f(x) = 0$**

Le but du TP est de trouver les racines d'une fonction quelconque donnée. Pour cela nous allons utiliser diverse méthodes numériques.
Pour simplifier le problème nous allons nous placer dans un cas précis, l'étude de la racine de la fonction $f(x) = \sin(x) - x\cos(x)$ qui se trouve dans l'intervalle $[3,2;4,6]$.

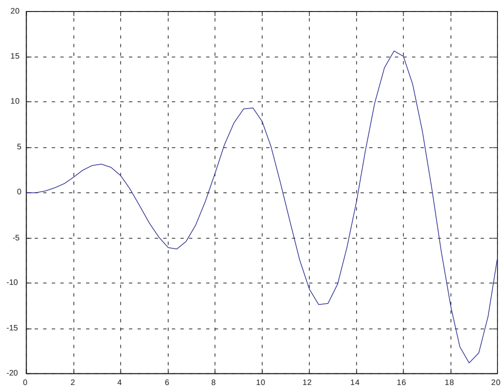

FIG. 1 – *Représentation Graphique de la fonction* $f(x) = \sin(x) - x\cos(x)$

Comme les méthodes présentées sont toutes itératives et numériques il est essentiel de définir quel degrés de précision nous voulons pour le résultat. Dans notre cas nous le choisirons égal à 10^{-6}.
Voici quelques conseil pour mener à bien votre TP :

1. Définir une fonction qui calcule les valeurs de la fonction étudiée.
   Exemple :

```
function f(x : real) : real;
```

```
begin
f := sin(x)-x*cos(x);
end;
```

2. Définir une fonction qui calcule les valeurs de la dérivée de la fonction étudiée.
   Exemple :
```
function df(x : real) : real;
    begin
    f := x*sin(x);
    end;
```

3. Définir une fonction qui nous informe que la précision est atteinte.

Nous allons donc étudier trois méthodes numériques pour résoudre notre problème.

1 Dichotomie

L'algorithme est le suivant :

1. On se place sur un segment noté $[u\,,\,v]$ tel que $f(u)\,.\,f(v)\;<\;0$, la continuité de f implique l'existence d'une racine ente u et v

2. En posant $w\;=\;(u\;+\;v)\,/\,2$, on calcule $f(w)$. Si l'on trouve zéro, w est une racine de f. Sinon on recommence en se plaçant sur celui des deux segments $[u\,,\,w]$ ou $[w\,,\,v]$ qui vérifient une condition de la forme $f(x)\,.\,f(y)\;<\;0$

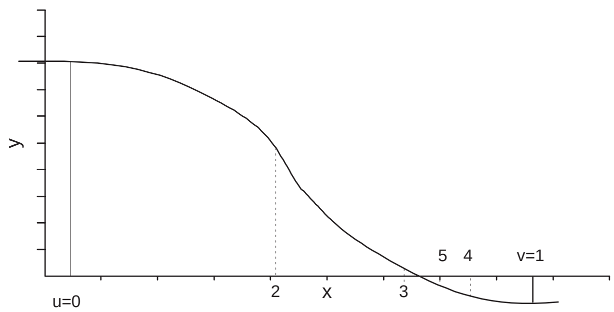

FIG. 2 – *Résolution par Dichotomie*

2 Interpolation Linéaire

Cette méthode est aussi appelée la méthode de la sécante. Elle est basée sur le principe suivant :

1. Partant des points u et v, on considère la sécante passant par les points $(u\,,\,f(u))$ et $(v\,,\,f(v))$, qui coupe l'axe des x en un point d'abscisse w. Cette technique de remplacement d'une courbe par une droite est aussi appelée Interpolation Linéaire. Pour qu'il y aie une racine il faut, comme précédemment que $f(u)\,.\,f(v)\;<\;0$. w est donné par :

$$w\;=\;\frac{-\left(-\left(\frac{f(v)\,-\,f(u)}{v\,-\,u}\right)\,.\,v\;+\;f(v)\right)}{\frac{f(v)\,-\,f(u)}{v\,-\,u}}$$

2. On choisit alors de remplacer u ou v par w et l'on recommence jusqu'à trouver $f(w)$ inférieur à notre précision. On notera que si l'on choisit de remplacer u par w alors v reste constant.

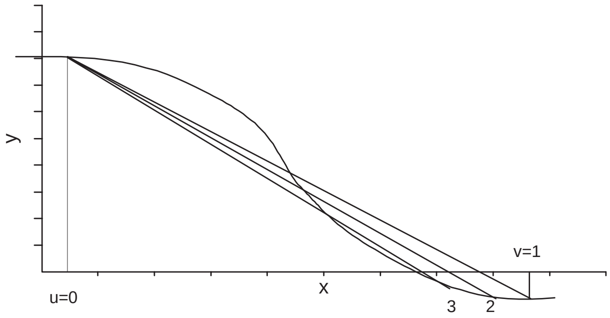

FIG. 3 – *Résolution par Interpolation Linéaire*

3 Newton

Il s'agit d'une méthode proche de celle de la sécante, où ici la corde définie par les deux extrémités de l'intervalle u et v est remplacée par la tangente au point u.

1. La tangente en $(u\,,\,f(u))$ à la courbe de f coupe l'axe des x en un point d'abscisse $v = u - \frac{f(u)}{f'(u)}$
2. on remplace alors u par v et l'on recommence jusqu'à obtenir une valeur négligeable pour $f(v)$
3. on pourra prendre pour point de départ de $u = (u + v)\,/\,2$

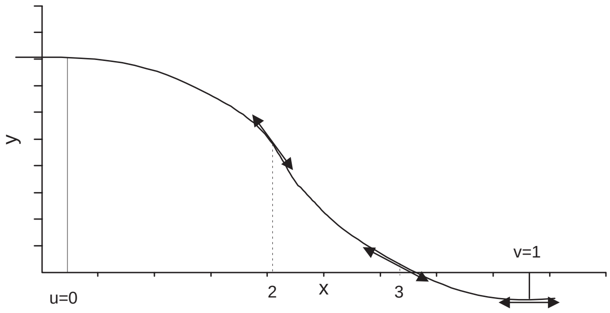

FIG. 4 – *Résolution par La méthode de Newton*

4 Travail demandé

1. Écrire un algorithme modulaire comportant un menu qui autorisera l'accès aux différentes méthodes de calcul
2. Les trois méthodes de calcul seront décrites dans trois fonctions séparées
3. Donner les différentes solutions trouvées par les différentes méthodes de calcul. Les comparer.
4. Répéter les calculs pour les intervalles $[7; 9]$et $[10; 12]$
5. Question subsidiaire : Faites un essai avec l'intervalle $[2; 5]$, les résultats sont ils différents? Pourquoi?

✍Tous à vos gommes et crayons de papier